

# TROPOSFÄÄRI VEEAURUSISALDUSE JÄLGIMISE ARVUTIMUDEL

KALEV RANNAT, PEEP MIIDLA, PEEP UBA



## I. Sissejuhatus

Käesolevas artiklis kirjeldatakse troposfääris sisalduva veeauru ruumilise jaotuse jälgimise matemaatilist mudelit ja selle võimalikku matkimist arvutil. Modelleeritakse olukorda, kus vajalik informatsioon atmosfääri alumistes kihtides sisalduva veeauru seireks saadakse GPS-vastuvõtjatelt, samuti erinevalt meteoandureilt ja meteojaamadelt. Modelleerimine seisneb selles, et kogu seirehinnanguks vajalik lähteinformatsioon genereeritakse arvutis, mis seejärel töödeldakse ning tõlgendatakse veeauru sisalduse ruumilise jaotusena vaadeldavas atmosfääri osas. Töö teises etapis kasutatakse lähteandmetena ka tugipunktide tegelikke vaatlustulemusi ning mudeleksperimenti käivitamiseks vajalik lisainfo interpoleeritakse ja/või ekstrapoleeritakse. Töös kirjeldatakse integraalse sadestatava (*precipitable*) veehulga muutumist Tartus detsembris 2006. Vaatlustulemusi on vaja mudeli kalibreerimiseks, et seda tulevikus kasutada.

Artikli sissejuhatuses kirjeldatakse põgusalt globaalset navigatsioonisüsteemi GPS. Järgnevalt peatutakse põgusalt raadiolainete levi alustel, käsitletakse ionosfääri ja troposfääri mõju raadiosignaali kulgemisele, samuti signaali hilistumise määramise meetodeid. Seejärel kirjeldatakse modelleerimiseksperimenti. Tuuakse ära vastuvõtjate võrgustiku konstrueerimise ja atmosfääri diskretiseerimise põhimõtted, antakse ülevaade veeauru sisalduse hindamise mudeleist troposfääris ja troposfääri praktilise seire korraldamisest.

GPS (globaalse positsioneerimise süsteem, *Global Positioning System*) on Ameerika Ühendriikide satelliitidel baseeruv raadiopositsioneerimissüsteem, mida kasutatakse alates 1978. aastast.<sup>1</sup> GPS-satelliitide konstellatsiooni kuulub vähemalt 24 pidevalt raadiosignaale (L-sagedusalas) väljastavat tehiskaaslast. Nende keskmine kõrgus maapinnast on 20 200 kilomeetrit, need tiirlevad ümber Maa kuuel orbitaaltasandil. Igal neist on vähemalt neli satelliiti ja kõikide orbitaaltasandite kalle ekvatoriaaltasandi suhtes on 55 kraadi. Vastuvõtjate geograafilise asendi määramise aluseks on

---

<sup>1</sup> **Parkinson, B. W; Spilker, J. J.** 1996. *Global Positioning System: Theory and Applications*, Vol. 1. American Institute of Aeronautics and Astronautics. P. 9.

satelliidilt vastuvõtjani jõudnud signaali kulgemisaja, geodeetilise täpsuse saavutamiseks ka kandesageduse faasinihke võimalikult täpne mõõtmine.

Atmosfäär mõjutab signaali levikut mitme mehhanismi kaudu, mille tulemusena signaal jõuab saatjast vastuvõtjani hiline misega. Olulisemad on troposfääri ja ionosfääri refraktsioon (kiire murdumine, levimistee kõverdumine keskkonnas), mille tõttu signaali tegelik teekond saatjast vastuvõtjani läbi atmosfäärikihtide osutub pikemaks kui saatja-vastuvõtja vaheline lühim geomeetiline vahemaa. Lisaks võib signaali amplituud oluliselt väheneda sumbu vuse tõttu (tolm ja sademed atmosfääris). Käesolevas artiklis ei vaadelda signaali sumbu vust, vaid keskendutakse signaali hilistumisele nii troposfääris (atmosfääriosa, mis ulatub merepinnast 9–17 kilomeetri kõrguseni kas poolustel või ekvatoriaalaladel) kui ka ionosfääris (atmosfääriosa troposfääri kohal, mis ulatub merepinnast kuni tuhande kilomeetri kõrguseni). Hilistumist troposfääris nimetatakse GPS-alases kirjanduses sageli troposfääriliseks hilistumiseks<sup>2</sup>. Päikesekiirgusest tingitud ionisatsioon ionosfääris tingib nn ionosfäärilise refraktsiooni, millega kaasneb ka signaali hilistumine.

Troposfääris avaldavad signaali levikule mõju peamiselt temperatuur, õhurõhk ja suhteline niiskus (tulemuseks on nii signaali refraktsioon kui ka sumbumine), ionosfääris aga elektrontihedus (TEC, *Total Electron Content*).

Ionosfäärist tingitud häirete täielikuks kõrvaldamiseks on teada meetodid, mis tuginevad kahe sageduslike vastuvõtjate kasutamisele, põgusalt vaadeldakse seda punktis 3. Troposfääriline hilistumine põhjustab seni idis asuvalt satelliidilt vastuvõtjani kulgeva signaali näiva tee pikenemise merepinna tasemel umbes 2,5 meetri võrra.<sup>3</sup> See omakorda jaguneb nn märjast niiskusest põhjustatud hilistumiseks (ca 10%) ja nn kuiva niiskuse ehk hüdrostaatilise osa poolt põhjustatud hilistumiseks (ca 90%).

Maailmas on hakatud laialdaselt uurima maapinnal asuva fikseeritud GPS-vastuvõtjate võrgustiku kasutamise võimalusi meteoseireks (vt viiteid<sup>4, 5, 6, 7, 8</sup>). Peasjalikult keskendutakse troposfääri veeaurusisalduse (niiskuse)

---

<sup>2</sup> **Hofmann-Wellenhof, B.; Lichtenegger, H. & Collins, J.** 2001. GPS: Theory and Practice. Wien, New York, Springer. P. 106. [Edaspidi *Hofmann-Wellenhof 2001*]

<sup>3</sup> **Eresmaa, R.; Järvinen, H.** 2006. An Observation operator for ground based GPS slant delays. Tellus A, Vol. 58, No. 1. January. Pp. 131–140. [Edaspidi *Eresmaa 2005*]

<sup>4</sup> **Hirahara, K.** 2000. Local GPS tropospheric tomography. Earth Planets Space, 52. Pp. 935–939. [Edaspidi *Hirahara 2000*]

<sup>5</sup> **Rocken, C.; Ware, R.; Hove, T. van; Solheim, F. S.; Alber, C. & Johnson, J. M.** 1993. Sensing atmospheric water vapor with the Global Positioning System. Geophys. Res. Lett., 20. Pp. 2631–2634.

määramisele. Vastuvõtjate võrgustiku riistvara paigaldamine ja hooldus on suhteliselt odavad ning süsteem võimaldab ajas pidevalt ja piisava täpsusega määrata niiskusesisaldust (senini peaausjalikult sadestatava vee hulka vaatluspunkti kohal) aastaajast sõltumata. Metoodika puuduseks on asjaolu, et meteoandmete tuvastamine GPS-vastuvõtjatest väljastatava informatsiooni põhjal nõuab mõõtmistulemuste keerukat töötlemist. Vigade allikaks on vastuvõtjate sisemise kella ebastabiilsusest tingitud ajalised ja ruumilised nihked, mida on raske otseselt arvesse võtta. Välja on arendatud teoreetilised meetodid, et hinnata atmosfääri aprioorse oleku alusel selle seisundit tulevikus. Sellised ennustused võivad osutada kasulikuks numbriliste ilmaennustuse meetodite jaoks, mis on peaausjalikult deterministlikud, atmosfääri olemus aga kaootiline. Seetõttu on kasuliku ennustuse saamiseks vaja täpset analüüsi.

## 2. Raadiolainete levi atmosfääris

Raadiolaine dispersiooniks nimetatakse laine faasikiiruse sõltuvust lainepikkusest või sagedusest. GPS-sagedustel on märgatava kaaluga dispersioon ionosfääris (dispersiivne keskkond). Lainepaketis, mis võib sisaldada mitmeid erineva sagedusega laineid, levivad erineva sagedusega komponendid erinevate kiirustega. Troposfäär seevastu on mittedispersiivne – siin signaali faasikiirus keskkonnast ei sõltu. Sellest tuleneb, et erinevate sageduste (nt L1 ja L2)<sup>9</sup> mõõtmistulemusi kombineerides pole võimalik määrata troposfääri veesisaldust, ionosfääriparameetrit TEC seevastu aga küll.

Kuna edaspidises kasutatakse sageli termineid *faasikiirus* ja *grupikiirus*, siis avaldame nad alljärgnevas ning selgitame, kuidas neid mõjutavad keskkonna murdumisnäitajad<sup>10</sup>.

---

<sup>6</sup> Nilsson, T. 2005. Assessment of Tomographic Methods for Estimation of Atmospheric Water Vapor Using Ground-Based GPS. Thesis for the degree of Licentiate of Engineering. Chalmers University of Technology. [Edaspidi Nilson 2005]

<sup>7</sup> Shrestha, S. M. 2003. Investigations into the Estimation of Tropospheric Delay and Wet Refractivity Using GPS Measurements. A Thesis in partial fulfilment of the requirements for the degree of master of science. Calgary, Alberta. [Edaspidi Shrestha 2003]

<sup>8</sup> MacDonald, A. E.; Xie, Y.; Ware, R. H. 2002. Diagnosis of Three – Dimensional Water Vapor Using a GPS Network. Monthly Weather Review, Vol. 130. Pp. 386–397.

<sup>9</sup> GPS-süsteemis kasutatavad sagedused: L1 = 1575,42 MHz; L2 = 1227,60 MHz

<sup>10</sup> Hofmann-Wellenhof 2001. P. 97.

Elektromagnetilise laine (sagedusega  $f$  ja lainepikkusega  $\lambda$ ) faas levib faasikiirusega, mis avaldub kujul

$$v_{ph} = \lambda \cdot f. \quad (1)$$

GPS-rakendustes mõistame selle all kandesignaali L1 ja L2 levimiskiirust. Lainegrupi ehk -paketi puhul, kuhu kuuluvad lained erinevad üksteisest õige pisut oma sageduse poolest (kandesagedusele moduleeritud informatsioonipakett), levib paketi energia kiirusel<sup>11</sup>

$$v_{gr} = -\frac{df}{d\lambda} \lambda^2, \quad (2)$$

mida nimetatakse grupikiiruseks ja kasutatakse nn koodipõhisel positsioneerimisel (vastupidiselt faasimõõtmistele, kus teepikkus vastuvõtjast satelliidini on täisarvuline lainepikkuse kordne + faasinihe). Teisendusi esitamata võib avaldada grupikiiruse sõltuvuse faasikiirusest järgmiselt:

$$v_{gr} = v_{ph} - \lambda \frac{dv_{ph}}{d\lambda}. \quad (3)$$

Vaakumis oleks laine grupi- ja faasikiirused võrdsed. Laine levimiskiirus keskkonnas sõltub selle keskkonna murdumisnäitajast järgmisel viisil:

$$v = c / n. \quad (4)$$

$c$  on siin valguse kiirus vaakumis ja  $n$  murdumisnäitaja. Kasutades seoseid faasi- ja grupikiiruste kohta, võime kirjutada:

$$v_{ph} = c / n_{ph} \quad \text{ja} \quad v_{gr} = c / n_{gr}. \quad (5)$$

Diferentseerides kujul (5) esitatud faasikiirust lainepikkuse  $\lambda$  järgi ning asendades koos võrranditega (5) valemisse (3), saame:

$$\frac{c}{n_{gr}} = \frac{c}{n_{ph}} + \lambda \frac{c}{n_{ph}^2} \frac{dn_{ph}}{d\lambda}. \quad (6)$$

<sup>11</sup> **Bauer, M.** 1994. Vermessung und Ortung mit Satelliten, 3. Aufl., Wichmann, Karlsruhe. S. 96.

Kasutades ligikaudset seost kujul  $(1+a)^{-1} \approx 1-a$ , kus  $a$  on väike parameeter, saame valemi (6) esitada kujul

$$n_{gr} = n_{ph} \left(1 - \lambda \frac{1}{n_{ph}} \frac{dn_{ph}}{d\lambda}\right) = n_{ph} - \lambda \frac{dn_{ph}}{d\lambda}. \quad (7)$$

Viimast avaldist kutsutakse sageli modifitseeritud Raleigh' võrrandiks. Valemis (7) tähistab  $\lambda$  lainepikkust ning  $n_{gr}$  ja  $n_{ph}$  refraktsiooniindekseid signaalile, mille levimiskiiruseks on vastavalt kas grupi- või faasikiirus. Seost  $c = \lambda \cdot f$  kasutades ning diferentseerides seda lainepikkuse  $\lambda$  ja sageduse  $f$  järgi, saab võrrandi (7) esitada kujul

$$n_{gr} = n_{ph} + f \frac{dn_{ph}}{df}. \quad (8)$$

Avaldatud seos on vajalik ionosfääriefektide selgitamiseks. Järgmises punktis vaadatakse lähemalt, kuidas laine grupi- ja faasikiirused sõltuvad keskkonna murdumisnäitajast ning millist mõju see avaldab GPS-signaalile.

### 3. Ionosfääri mõju

Ionosfäär on GPS-signaalile dispersiivne keskkond, s.t erinevate sagedustega kiired läbivad selle erinevate kiirustega. Murdumisnäitaja ionosfääris võib avaldada mitmel erineval viisil (vt nt viiteid <sup>12, 13, 14</sup>). Üheks lihtsamaks on murdumisnäitaja  $n_{ph}$  aproksiimeerimine järgmise reana<sup>15</sup>:

---

<sup>12</sup> **Budden, K. G.** 1995. The propagation of radio waves. Cambridge University Press, 1<sup>st</sup> ed.

<sup>13</sup> **Komjathy, A.** 1997. Global Ionospheric Total Electron Content Mapping Using the Global Positioning System. Ph. D. dissertation, Department of Geodesy and Geomatics Engineering Technical Report No. 188. University of New Brunswick, Fredericton, New Brunswick, Canada. P. 34.

<sup>14</sup> **Klobuchar, J.** 1996. Ionospheric effects in GPS. Eds. B. Parkinson, J. Spilker. Global Positioning System: Theory and applications, Vol. I, Chapter 12, Pp. 485–516. [Edaspidi **Klobuchar 1996**]

<sup>15</sup> **Seeber, G.** 1993. Satellite Geodesy: Foundations, Methods, and Applications, Walter de Gruyter. P. 44. [Edaspidi **Seeber 1993**]

$$n_{ph} = 1 + \frac{c_2}{f^2} + \frac{c_3}{f^3} + \frac{c_4}{f^4} + \dots \quad (9)$$

Koefitsiendid  $c_2, c_3, c_4, \dots$  ei sõltu sagedusest  $f$ , vaid suurusest  $N_e$ , mis tähistab elektronide arvu kuupmeetris (nn elektrontihedust) kiire teele jäävas keskkonnas. Piirdudes vaid teist järku liikmega, saame

$$n_{ph} = 1 + \frac{c_2}{f^2}. \quad (10)$$

Leiame diferentsiaali  $dn_{ph} = -\frac{2c_2}{f^3}df$  ning asendame selle koos seosega (10) valemisse (8). Saame

$$n_{gr} = 1 + \frac{c_2}{f^2} - f \frac{2c_2}{f^3} \quad \text{ehk} \quad (11)$$

$$n_{gr} = 1 - \frac{c_2}{f^2}. \quad (12)$$

Valemitest (10) ja (12) näeme, et grupi- ja faasikiiruste vastavad murdumisnäitajad jäävad arvust üks, s.t murdumisnäitaja väärtusest vaakumis, erinevatesse suundadesse – üks on väiksem, teine suurem. Et hinnanguliselt<sup>16</sup>

$$c_2 = -40,3 \cdot N_e \text{ [Hz}^2\text{]}, \quad (13)$$

siis  $n_{gr} > n_{ph}$  ja  $v_{gr} < v_{ph}$ , kuna elektrontihedus  $N_e$  on alati positiivne.

Eespool toodust järeldub, et ionosfääris lainepaketi kiirus (grupikiirus) väheneb, signaal hilistub ja faas nihkub ettepoole, teiste sõnadega – koodipõhiselt (C/A-koodi<sup>17</sup> põhjal arvatatud pseudokaugused) mõõdetud kaugused saadakse tegelikkusest suuremad, kusjuures sama kaugus mõõdetuna kandesageduse faasinihke detekteerimise abil annab tegelikkusest väiksema tulemuse. Vea absoluutväärtus on mõlemal juhul sama, nagu nähtub valemest (10) ja (12). Mõõdetava kauguse vastuvõtjast satelliidini võib Fermat' printsiibi<sup>18</sup> põhjal avaldada kujul:

<sup>16</sup> Seeber 1993. P. 44.

<sup>17</sup> C/A kood – *Coarse/Acquisition-code*. L1-sagedusel tsiviilkasutuseks loodud meetod vastuvõtja ja satelliidi vahelise kauguse määramiseks (vt nt Hofmann-Wellenhof 2001. P. 15).

<sup>18</sup> Fermat' printsiibi kohaselt läbib raadiosignaal kahe punkti vahelise distantssi piki teed, mille läbimiseks kulub lühim aeg.

$$s = \int n \cdot ds . \quad (14)$$

See on sisuliselt määratud integraal, mis on arvutatav piki kiire teed rajades vastuvõtjast satelliidini;  $n = n(s)$  on keskkonna murdumiskoeffitsient sellel teel. Geomeetrilise kauguse  $s_0$  satelliidi ja vastuvõtja vahel saame siit juhul kui  $n = 1$ , s.t kui nende vahel oleks vaakum:

$$s_0 = \int ds . \quad (15)$$

Vahet  $\Delta^{iono}$  mõõdetud ja geomeetrilise kauguse vahel nimetatakse ionosfääri refraktsiooniks, mis avaldub kujul<sup>19</sup>

$$\Delta^{iono} = \int n \cdot ds - \int ds , \quad (16)$$

kus integraalid on määratud ionosfääri osas.

Kui kasutada murdumisnäitajat  $n_{ph}$  (valem 10), siis

$$\Delta_{ph}^{iono} = \int \left(1 + \frac{C_2}{f^2}\right) ds - \int ds = \frac{C_2}{f^2} \int ds , \quad (17)$$

ja kui murdumisnäitajat  $n_{gr}$  (valem 12), siis

$$\Delta_{gr}^{iono} = \int \left(1 - \frac{C_2}{f^2}\right) ds - \int ds = -\frac{C_2}{f^2} \int ds . \quad (18)$$

Teades kordaja  $C_2$  väärtust (13), saame:

$$\Delta_{ph}^{iono} = -\frac{40,3}{f^2} \int N_e ds \quad \text{ja} \quad \Delta_{gr}^{iono} = \frac{40,3}{f^2} \int N_e ds . \quad (19)$$

GPS-tomograafia alases kirjanduses kasutatava tähise ja mõiste *TEC* korral kehtib<sup>20</sup>

<sup>19</sup> Hofmann-Wellenhof 2001. P. 100.

<sup>20</sup> Klobuchar 1996. P. 489.

$$TEC = \int N_e ds \quad . \quad (20)$$

Siin integreeritakse jällegi üle kiire tee vastuvõtjast satelliidini, elektronihedus on aga asukohast sõltuv:  $N_e = N_e(s)$ . Asendades selle valemisse (19), saame

$$\Delta_{ph}^{iono} = -\frac{40,3}{f^2} TEC \quad \text{ja} \quad \Delta_{gr}^{iono} = \frac{40,3}{f^2} TEC, \quad (21)$$

mida mõõdetakse pikkusühikutes. Need on suurused, mis on aluseks ionosfääris tekkiva hilistumise kõrvaldamiseks.

Valem (20) kujutab elektronide koguarvu atmosfäärisambas ristlõikepindalaga  $1 \text{ m}^2$  kogu teepikkuse ulatuses vastuvõtjast kuni satelliidini. Erinevatel hinnangutel<sup>21</sup> võib C/A kood (s.t kandesagedusele L1 moduleeritud signaal) hilistuda 1 kuni 100 meetrit. TECi väärtus võib varieeruda  $10^{16}$  kuni  $10^{19}$  elektroni ruutmeetrile (vastavalt mõõdetud maksimumidele).<sup>22</sup> Elektronihedus on proportsionaalne ionisatsioonikiirusega ionosfääris, mis sõltub päikesekiirgusest. Päeval ajal, mil radiatsioon on tugev, tekib hulganisti vabu elektrone, mis taas rekombineeruvad ionidega öisel ajal. Ekvatoriaalaladel on suurim TEC harilikult umbes kell 14.00 pärastlõunal ja teine maksimum 22.00 paiku. TEC sõltub veel ka aastaajast ja geograafilisest asukohast, on kõrgeim kevaditi ja tal on kaks maksimumi asukohaga  $\pm 20$  laiuskraadi magnetpooluste suhtes. Keskmistel laiuskraadidel varieerub TEC umbes 25% kuu keskmise suhtes tänu temperatuuri-muutustele ja rekombinatsiooniprotsessile.

TECi jaotuse kohta koostatakse ja avaldatakse regulaarselt kaarte<sup>23</sup>, mis kajastavad situatsiooni kindlal ajahetkel. Paraku neist ei piisa täpsemate lokaalsete mõõtmiste tegemiseks. Sellisel juhul võetakse kasutusele kahe-sageduslikul signaalitöötlusel põhinev tehnoloogia, mida tarvitatakse kas TECi määramiseks või hilistumise kõrvaldamiseks mõõtmistulemustest.<sup>24</sup>

Valemid (21) kehtivad üldjuhul vaid seniidist saabuva signaali suhtes. Kui signaal saabub mingi teise nurga all, siis jagatakse valemid (21) sageli suurusega  $\cos z'$  või kasutatakse mõnda keerukamat avaldist. Seejuures  $z'$  ei ole mitte maapealse vaatleja poolt nähtav nurk seniidi suhtes, vaid

<sup>21</sup> **Lachapelle, G.** 2001. Advanced GPS theory and applications, ENGO 625 Course Lecture Notes, University of Calgary. Calgary, Canada.

<sup>22</sup> **Klobuchar** 1996. P. 492.

<sup>23</sup> Global Ionosphere Maps Produced by CODE.

<<http://www.cx.unibe.ch/aiub/ionosphere.html>> , (07.06.2006).

<sup>24</sup> **Hofmann-Wellenhof** 2001. P. 104.



ionosfäärikihi alumiselt kõrguselt nähtav nurk satelliidi ja selles punktis kujutatava horisontaaltasapinna vahel. Satelliidi liikudes seniidist horisondile võib hilistumine suureneeda kuni kolm korda.

Selleks et täpsemalt hinnata hilistumise troposfäärile jäävat osa, kasutatakse kaheageduslikku tehnikat, mis tarvitab sageduste L1 ja L2 lineaarkombinatsioone (vt nt viiteid<sup>25, 26</sup>). Sageduste lineaarkombinatsioonide kohta võib öelda, et igal neist on nii puudusi kui ka eeliseid. Puuduste ja eeliste vahel tuleb leida kompromiss, lähtudes tegelikust vajadusest. Näiteks kui L1 ja L2 põhjal saadud mõõtmistulemused on tundlikud nii troposfäärist kui ka ionosfäärist tingitud häirete, samuti satelliitide trajektoorihälvete ja vaatluspunkti valiku suhtes, siis nende oluliseks eeliseks sageduste lineaarkombinatsioonide ees on väike müratase (eriti L1 puhul).

#### 4. Troposfäärist tingitud hilistumise määramine

Põhimõtteliselt on GPS-vastuvõtja andmed alati teatava veaga. See on tingitud nii süstemaatilistest vigadest kui ka juhuslikest häiretest (või teisisõnu juhuslikust mürast). Ebatäpsuste allikad jaotuvad kolme rühma<sup>27</sup>: satelliitide, keskkonna ja vastuvõtja(te) genereeritud vead. Esimesse rühma kuuluvad aja- ja orbiidihälbed, teise rühma ionosfääri ja troposfääri refraktsioonist tingitud vead ning kolmandasse antenni faasikeskme muutlikkus, vastuvõtja kella ebastabiilsus ja vastuvõetava signaali peegeldustest (*multipath*) põhjustatud vead. Esimesse ja kolmandasse rühma kuuluvad peaaesjalikult nn süstemaatilised vead. Selline on ka ionosfäärist tingitud refraktsioon. Süstemaatilisi vigu saab kõrvaldada erinevate vaatlusandmete sobiva kombineerimise ja võrdlemisega. Näiteks saab erinevate vastuvõtjate vastuvõtuandmete diferentseerimisega kõrvaldada satelliidi tekitatud vigu ning erinevatelt satelliitidelt saadud navigatsiooniandmete diferentseerimisega omakorda vastuvõtjate omi. Sellistel mitu korda töödeldud andmetel ei esine üldjuhul süstemaatilisi vigu, mida tekitavad satelliidid ja vastuvõtjad. Lisaks saab kaheageduslike signaalide kombineerimisega oluliselt vähendada või kõrvaldada ionosfääri refraktsioonist tulenevat mõju. Atmosfääri veeauru sisalduse määramisel on kõige olulisem informatsioon see, mis puudutab signaali hilistumist (refraktsiooni) troposfääris.

---

<sup>25</sup> **Xu, G.** 2003. GPS. Theory, Algorithms and Applications. Springer, Verlag, Berlin, Heidelberg.

<sup>26</sup> **Hofmann-Wellenhof** 2001. P. 93.

<sup>27</sup> *Ibid.* P. 91.

Reaalajas laekuvatest vaatlus- ja mõõtmisandmetest tuleb kõrvaldada juhuslikud häired. Selleks on välja töötatud mitmeid arvutusvõtteid, mida üldiselt nimetatakse filtriteks, mõnikord ka andmefiltriteks. Võimalik on rakendada nn Kalmani filtrit ja/või selle modifikatsioone (vt viiteid <sup>28, 29, 30</sup>). Kalmani filter on teatud matemaatiliste võrrandite kogum, ennustaja-parandaja tüüpi meetod, mis on parim selles mõttes, et ta minimeerib hinnatud vea kovariatsiooni, kui mõningad üsna loomulikud tingimused on rahuldatud. Kalmani filtri arvutuseeskirja lihtsaimal juhul saab sõnastada järgmiselt.

Olgu vaatluse all mingi dünaamiline süsteem (praegusel juhul näiteks kogu vaadeldavate satelliitide ja vastuvõtjate süsteem), mille olekvektor  $x$  allub ühelt ajamomendilt järgmisele üleminekul seaduspärasusele  $x_k = A \cdot x_{k-1}$  (nn dünaamilise süsteemi olekuvõrrand). Sel juhul ennustatakse esmaste mõõtmiste põhjal süsteemi olek:

$$\hat{x}_k^- = A\hat{x}_{k-1}, \quad (22)$$

$$P_k^- = AP_{k-1}A^T + Q. \quad (23)$$

Seejärel korrigeeritakse olekut nn parandusvõrranditega, mis arvestavad juba ka järgnevaid mõõtmisi ja nende mõõtmiste ebatäpsusi:

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k(z_k - H\hat{x}_k^-), \quad (24)$$

$$P_k = (I - K_k H)P_k^-. \quad (25)$$

Siin  $\hat{x}_k^-$  on algse oleku hinnang sammul  $k$  ja  $\hat{x}_k$  parandatud olekuhinnang sammul  $k$ ;  $z_k$  on mõõtmistulemus vaadeldaval sammul. Võrrandi (24) maatriksi  $K_k$  nimetatakse juurdekasvumaatriksiks (*gain matrix*). See minimeerib parandushinnangu  $\hat{x}_k$  vea  $e_k$  kovariatsiooni  $P_k = E[e_k e_k^T]$ , kus  $E$  on matemaatiline ootus. Üks viis maatriksi  $K_k$  leidmiseks on

<sup>28</sup> **Welch, G. & Bishop, G.** 2003. An Introduction to the Kalman Filter. University of North Carolina, Chapel Hill, TR 95-41, May 23.

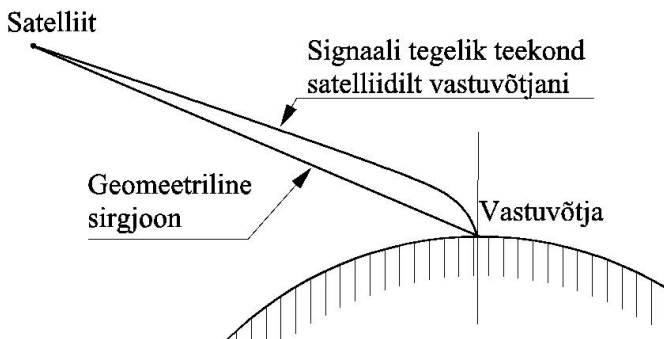
<sup>29</sup> **Kalman, R. E.** 1960. A new Approach to Linear Filtering and Prediction Problems. Transaction of the ASME – J. of Basic Engineering. March. Pp. 35–45.

<sup>30</sup> **Lange, A. A.** 2001. Simultaneous Statistical Calibration of the GPS signal delay measurements with related meteorological data. Physics and Chemistry of the Earth, Part A: Solid Earth and Geodesy, Vol. 26, No. 6–8. Pp. 471–473.

$$K_k = P_k^- H^T (HP_k^- H^T + R)^{-1} = \frac{P_k^- H^T}{HP_k^- H^T + R},$$

kus  $R$  on mõõtmisvea  $z_k$  kovariatsioon.

Kirjanduses<sup>31</sup> kohtame sageli mõisteid ZTD (*Zenith Total Delay*) ja STD (*Slant Total Delay*). Esimene neist on vaatluspunktis seniiti projitseeritud summaarne hilistumine, teine on signaali hilistumine tõelisel (kald)teel vastuvõtja antennist kindla GPS-satelliidini (vt joonist 1). Ilmaennustuse ja seire seisukohalt on seni rohkem kasutatud (ka E-GVAP<sup>32</sup> projektis) esimest varianti, mis võimaldab avaldada integraalse karakteristiku – sadestatava vee hulga vaatluspunkti kohal, eeldades seejuures homogeenset atmosfääri. Selline eeldus ei anna vähimatki pilti veeauru sisalduse ruumilise jaotuse kohta, kuid sellel on suur tähtsus lühiajalise prognoosi koostamisel. Nimetatud puudustest on vaba nn kaldkiirte ehk SWD (*Slant Wet Delay*) kasutamise tehnoloogia, mis annab vajaliku veeauru ruumilise jaotuse. Kahtlemata kaasneb sellise ülesande püstitusega mitmeid spetsiifilisi probleeme, kuid tehniline väljakutse ja oodatav praktiline tulemus väärib tõsist uuringut.



**Joonis 1.** Raadiosignaali tee läbi atmosfääri

Valem troposfäärilise hilistumise arvutamiseks on üldkujul järgmine<sup>33</sup> (analoogselt ionosfääri jaoks avaldatud valemiga 16):

<sup>31</sup> **Bevis, M.; Businger, S.; Chiswell, S.; Herring, T. A.; Anthes, R. A.; Rocken, C. & Ware, H. W.** 1992. GPS Meteorology: Remote sensing of atmospheric water vapor using the Global Positioning System. *J. Geophys. Res.*, 97, 15. Pp. 787–801. [Edaspidi *Bevis 1992*]

<sup>32</sup> **E-GVAP projekt** – Euroopa meteoroloogide uurimis- ja arendusprojekt GPS-süsteemi kasutamiseks. <<http://egvap.dmi.dk/>>, (10.01.2007).

<sup>33</sup> **Hofmann-Wellenhof** 2001. P. 106.

$$\Delta^{trop} = \int n \cdot ds - \int ds = \int (n - 1) ds . \quad (26)$$

$n(s)$  tähistab siin atmosfääri refraktsiooniindeksit kiire teel. Integreeritakse üle teepikkuse troposfääris ning murdumisnäitaja  $n$  asemel kasutatakse siin suurus<sup>34</sup>  $N^{trop} = 10^6(n - 1)$ , mida sageli nimetatakse lihtsalt refraktsiooniks. Valem (26) avaldub nüüd kujul

$$\Delta^{trop} = 10^{-6} \int N^{trop} ds . \quad (27)$$

Jaotades refraktsioonist tingitud hilistumise kaheks komponendiks, kuivaks (hüdrostaatiliseks, *dry*) ja märjaks (*wet*), avaldub troposfäärist tingitud hilistumine kujul

$$\Delta^{trop} = 10^{-6} \int N_d^{trop} ds + 10^{-6} \int N_w^{trop} ds . \quad (28)$$

Taoline jagamine kuivaks ja märjaks hilistumiseks tuleneb peamiselt sellest, et troposfäärilise hilistumise kuiva osa saab võrdlemisi täpselt kirjeldada mitmesuguste matemaatiliste mudelitega (Hopfieldi, Saastamoineni, Nielli jt mudelid)<sup>35</sup> ja see moodustab kogu troposfäärilisest hilistumisest ligikaudu 90%. Märja komponendi ennustamine mudeli abil on aga keeruline. Probleemiks on mõõteandmete puudus ja troposfääri ebastabiilsus (troposfääri turbulents, millega kaasneb erineva niiskuse ja temperatuuriga õhumasside kiire segunemine).

Refraktsioon avaldatakse sageli empiiriliste valemitega, mille tõesus johtub praktilistest kaalutlustest või siis matemaatilises mõttes mitterangetest teoreetilistest aruteludest. Näiteks võib refraktsiooni avaldamiseks maapinnal kasutada järgmisi empiirilisi valemeid<sup>36</sup>:

$$N_{d,0}^{tropo} = \bar{c}_1 \frac{p}{T}, \quad N_{w,0}^{tropo} = \bar{c}_2 \frac{e}{T} + \bar{c}_3 \frac{e}{T^2} .$$

Siin  $\bar{c}_1 = 77,64 \text{ K} \cdot \text{mb}^{-1}$ ,  $\bar{c}_2 = -12,96 \text{ K} \cdot \text{mb}^{-1}$  ja  $\bar{c}_3 = 3,718 \cdot 10^5 \text{ K}^2 \cdot \text{mb}^{-1}$ ,  $p$  on atmosfääri rõhk millibaarides,  $T$  on temperatuur Kelvinites ja  $e$  veeauru osarõhk (*partial pressure*). Konstandid  $\bar{c}_1$ ,  $\bar{c}_2$ ,  $\bar{c}_3$  on

<sup>34</sup> Kuna atmosfääris  $(n-1)$  on arvvärtus ligikaudu  $10^{-6}$ , siis on see otstarbekas  $10^6$ -ga korrutada.  $N$  varieerub vahemikus 0–300.

<sup>35</sup> Shrestha 2003. P. 39.

<sup>36</sup> Hofmann-Wellenhof 2001. P. 107.

empiirilisel valitud ning tulemus paraneb, kui meteoroloogilisi mõõtmisi teha kindlates vaatluspunktides (Hopfieldi jt mudelid). Kuivast atmosfäärist tingitud hilistumisele võib leida hinnangu täpsusega  $< 1$  mm, kui rõhk maapinnal on mõõdetud täpsusega 0,3 mb (vt viidet <sup>37</sup>). Märjast komponendist tingitud hilistumine varieerub tugevalt, ulatudes mõnest millimeetrist polaaraladel kuni 40 sentimeetritroopikas.

Niisiis, selleks et modelleerida (hinnata) atmosfääri kuiva osa mõju troposfäärilisele hilistumisele, tuleb mõõta maapinnal rõhk ja temperatuur. Üldjuhul annab soovitud tulemuse õhurõhu mõõtmine vaatluspunktis, sest temperatuuri oleks vaja hinnata/mõõta piki signaali teed satelliidist vastuvõtjani. Märja komponendi leidmiseks on lisaks temperatuurile ja õhurõhule vaja mõõta suhtelist õhuniiskust vaatluspunktis.

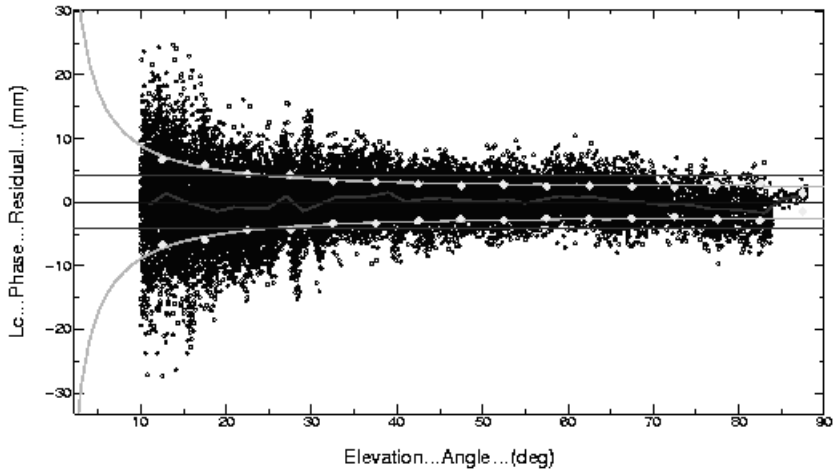
Signaali hilistumine sõltub tugevalt vaatenurgast ja kasvab märkimisväärselt, liikudes seniidist horisondile. Navigatsiooni ja geodeetiliste mõõtmiste seisukohalt on see ebamugav, sest horisondile madalamate satelliitide signaali häirib atmosfäär oluliselt tugevamini. GPS-meteoroloogia seisukohast on efekt aga vastupidine: horisondi suhtes madalamate satelliitide signaal läbib oma teel märkimisväärselt suuremat osa atmosfäärist, sisaldades ühtlasi rohkem detekteeritavat meteoinfot. Soovituslikult ei kasutata GPS-navigeerimisel vaatluste tegemiseks vähem kui 15 nurgakraadi võrra horisondi suhtes madalamal paistvaid satelliite. Praktilised piirangud tekivad samuti GPS-meteoroloogias. Esineb aga ka uurimusi vaatlusnurkade kohta alates kahest tõusukraadist horisondi suhtes<sup>38</sup>. Hilistumine troposfääris kasvab sõltuvalt nurgast  $z$  seniidi suhtes võrdeliselt funktsiooniga  $1/\cos(z)$ . Seda situatsiooni illustreerib ka joonisel 2 kujutatud müra.

Joonisel 2 on näha, kuidas mõõtmishäired muutuvad sõltuvalt satelliidi vaatlusnurgast horisondi suhtes. Joonisel 3 on esitatud satelliitide näiva tee fluktuatsioonid sama informatsiooni põhjal. Navigatsiooniülesande korrektsuse huvides on kasutatud lõiget alates 10 nurgakraadist, kusjuures enamlevinud lõikeks on soovitatud 15 kraadi. Nende arvutuste aluseks on 1. detsembril 2006. aastal Tartus tehtud ööpäevane mõõtmine, kus andmeid salvestati kümnesekundilise intervalliga.

---

<sup>37</sup> **Duan J. P. et al.** 1996. GPS Meteorology: Direct Estimation of the Absolute Value of Precipitable Water. *Journal of Applied Meteorology*, Vol. 35, No. 6. Pp. 830–838.

<sup>38</sup> **Guo, J; Langley, R. B.** 2003. A new Tropospheric Propagation Delay Mapping Function for Elev. Angles Down to 2 deg, Proceedings of ION GPS/GNSS 2003, 16th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation, Portland, OR, 9–12 September 2003. Pp. 386–396.



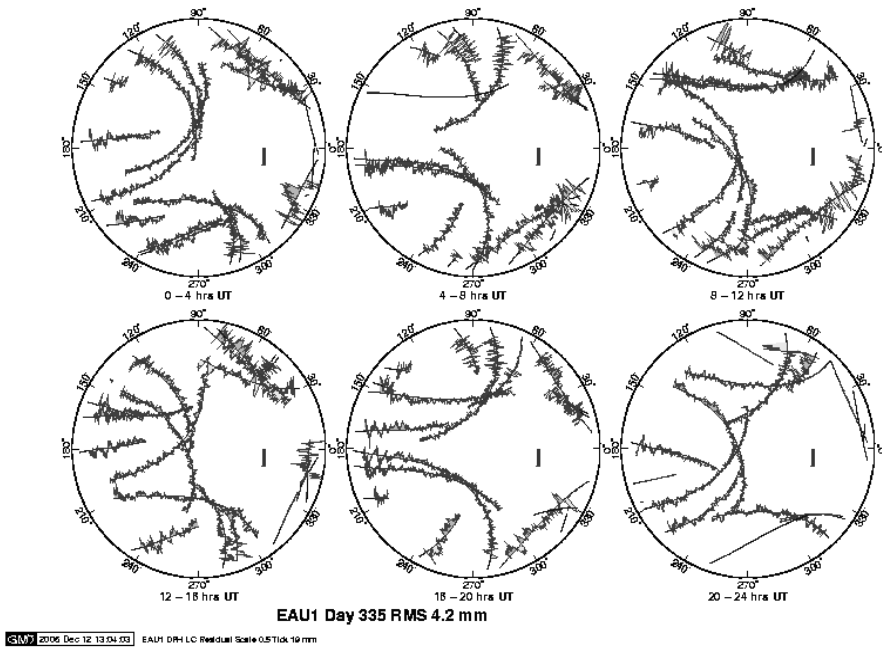
**Joonis 2.** Troposfääri põhjustatud mõõtmishäirete muutus sõltuvalt nurgast horisondi suhtes

Troposfääri seireks kasutasid autorid GPS-vastuvõtjat Trimble NetRS, asukohaga  $58^{\circ}23'30''$  põhjalaiust ning  $26^{\circ}41'41''$  idapikkust, antenn paiknes 75,80 meetri kõrgusel ellipsoidi pinnast. Mõõtmisi sooritati ning andmeid koguti novembris ja detsembris 2006. Lähteandmete töötlemiseks ning raadiosignaali hilistumise määramiseks kasutati arvutitarkvara GAMIT/GLOBK<sup>39</sup>. See võimaldab GPS-vastuvõtja mõõtmistulemuste põhjal leida igalt satelliidilt vastuvõtjani jõudva signaali tegeliku teepikkuse ja geomeetrilise otsetee ning neid võrrelda. Vaatluste illustreerimiseks kasutatakse sageli satelliitide tegelike ja näivate trajektooride kaarte (vt joonist 3). Nendel nn taevakaartidel on kujutatud GPS-satelliitide nii arvutuslikud kui ka mõõtmistulemustest saadud trajektoore. Lühike jäme tulp igal kaardil tähistab mõõtkava pikkusega 19 mm. Esitatud näite korral (1. detsember 2006) arvutati erinevuste ruutkeskmiseks 4,2 mm.

Mainitud piltide illustratiivsus seisneb selles, et nn mürakomponendi olemasolu on meteoroloogilises mõttes huvipakkuv: mida lähemal horison-dile satelliit paikneb, seda suuremad häired. Joonised 2 ja 3 annavad veel kasulikku lisainformatsiooni võimalike parasiitnähtuste (nt peegelduste) ja nähtavate satelliitide geomeetrilise paigutuse kohta, millest omakorda sõltub mõõtmistulemuste kvaliteet.

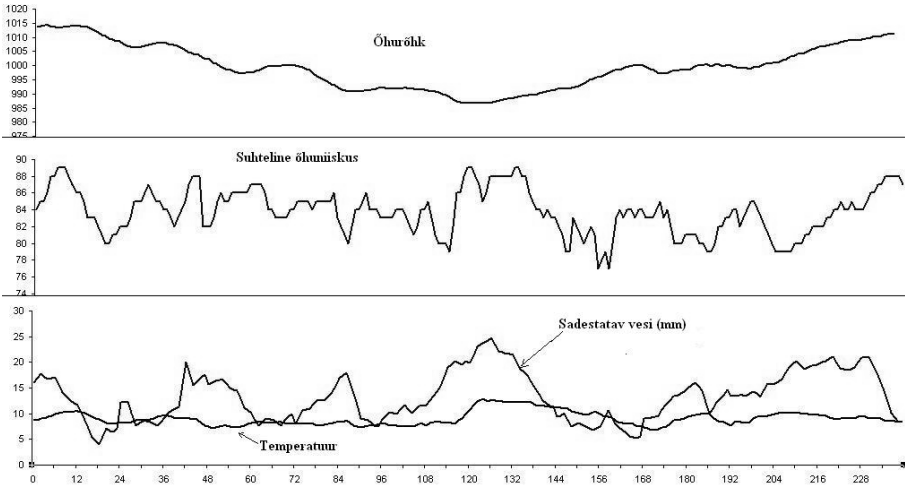
<sup>39</sup> **GAMIT-GLOBK**, Massachusettsi Tehnoloogiainstituudis GPS-andmete analüüsiks koostatud tarkvarapakett, vt ka <http://www-gpsg.mit.edu/~simon/gtgk/>, (11. 01.2007).

Vaatleja (GPS-vastuvõtja antenn) asub joonisel 3 olevate ringide keskel. Igas ringis on kujutatud nähtavate GPS-satelliitide tegelikud ja näivad trajektoorid neljatuuniste ajavahemike kaupa. Põhjasuund asub paremal ja ida üleval. Ka siin näeme (samuti nagu joonisel 2), et mida lähemal horison-dile, seda suurem mürakomponent on satelliitide arvutuslikel trajektooridel. Viimane on joonisel kujutatud sileda joonena.



**Joonis 3.** Näide 1. detsembril 2006 (päev 335) Tartus nähtavate GPS-satelliitide tegelikest ning faasihinnangul saadud trajektooridest

Tegeliku ja geomeetrilise otsetee võrdluse alusel on arvatud sadestatava vee hulk kümnepäevase tsükli aja vahemikus 1.–10. detsembrini 2006. Arvutused on tehtud Tartus eespool mainitud koordinaatidel ja neid on kujutatud joonisel 4. Samal graafikul on kujutatud sadestatava vee hulga arvutamiseks kasutatud temperatuuri, suhtelist õhuniiskust ja õhurõhku.



**Joonis 4.** Õhurõhk, suhteline õhuniiskus, sadestatav vesi ja temperatuur 1.–10. detsembrini 2006. Horisontaaltelje ühikuks on üks tund

## 5. Vastuvõtjate võrk ja troposfääri diskretiseerimine

Selle kohta, kuidas kasutada GPS-positsioneerimissüsteemi atmosfääris sisalduva veeauru määramiseks, on ilmunud hulk uurimusi, vt nt viiteid <sup>40, 41, 42, 43</sup> ja kasutatud allikate loetelusid nendes, samuti eeltoodud viiteid. Kokkuvõtvalt nimetatakse kogu lähenemisviisi troposfääri GPS-tomograafiaiks, mille põhimõtte seisneb selles, et veeauru detekteerimiseks kasutatakse raadiokiirte üldist omadust painduda erinevalt, läbides erineva niiskussisaldusega õhukihte.

Nagu eespool kirjeldatud, läbib raadiokiir teel satelliidist GPS-vastuvõtjani pikema teekonna kui otsetee. Eelnev kirjeldus kehtib ühe vastuvõtja ja ühe satelliidi korral. GPS-positsioneerimise seisukohalt on tarvilik, et

<sup>40</sup> **Bevis** 1992.

<sup>41</sup> **Hirahara** 2000.

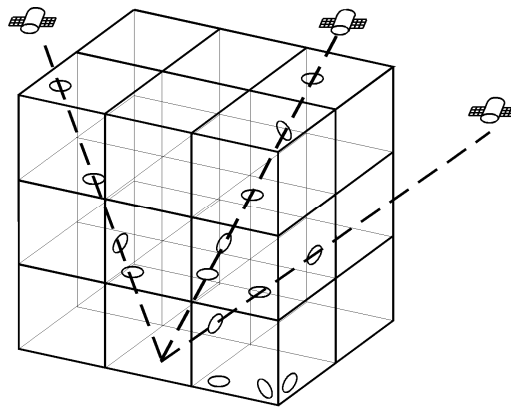
<sup>42</sup> **Kleijer, F.** 2004. Troposphere Modeling and Filtering for Precise GPS Leveling. Netherlands Geodetic Commission.

<sup>43</sup> **Miidla, P.; Rannat, K.; Uba, P.** 2005. Simulation of the Tropospheric Water Vapor Distribution Monitoring. In Proceedings of the I3M International Mediterranean Modelling Multiconference, EMSS 2005, Marseilles, France, October 20–22. Pp. 223–228.



vastuvõtja asukohast oleksid vaadeldavad vähemalt neli satelliiti ning selle ülesande lahendamiseks on satelliidisignaali hilistumine pigem segav. Meteoseire toetamisel GPS-tomograafiaga on just hilistumisega seotud informatsioon kõige olulisem. Mitme vastuvõtja ja mitme satelliidi signaalide teepikkuste erinevuste ja signaalide hilistumiste koosarvestamise tulemusena on võimalik saada ettekujutus sellest, kuidas sadestatav niiskus vaadeldavas troposfäärilises piirkonnas ruumiliselt jaotub.

Meteoseireks paigutatakse teatud arv GPS-vastuvõtjaid piirkonda, mille kohal oleva niiskuse jaotusest ollakse huvitatud, ja leitakse nende täpsed koordinaadid. Piirkonna kohal olev atmosfäär jaotatakse virtuaalseteks risttahukateks ehk vokseliteks (vt joonist 5), s.t diskretiseeritakse.



**Joonis 5.** Kiirte skemaatiline kulgemine satelliitidelt vastuvõtjani ja atmosfääri jaotus vokseliteks

Kirjanduse põhjal on teada (vt eespool toodud viiteid), et sellise võrgustiku puhul on vastuvõtjate omavaheliseks kauguseks soovitatav võtta 10–40 km ja et oluline osa troposfääri sadestatavast niiskusest paikneb maapinnast 7–10 km kõrgusel. Veeauru detekteerimiseks võetakse vaatluse alla kõik signaalkiired (need kiired, mis kindlal ajahetkel on vaatlusteks/navigatsiooni jaoks piisava kvaliteediga), mis kulgevad igast võrgustikus nähtavast satelliidist igasse vastuvõtjasse. Nende kiirte koguarvuks on  $n \cdot m$ , kus  $n$  tähistab nähtud ajahetkel nähtavate satelliitide arvu ja  $m$  vastuvõtjate arvu.

Iga raadiokiir läbib oma teel satelliidist vastuvõtjani teatud hulga vokseleid ja igas vokselis sisalduv niiskus põhjustab raadiokiire teekonna pikenemist (vt valemit 28). Nõnda tekkinud teekonna osalõikudest moodustub raadiokiire summaarne teekond. Raadiokiirte otsetee ja niiskusest

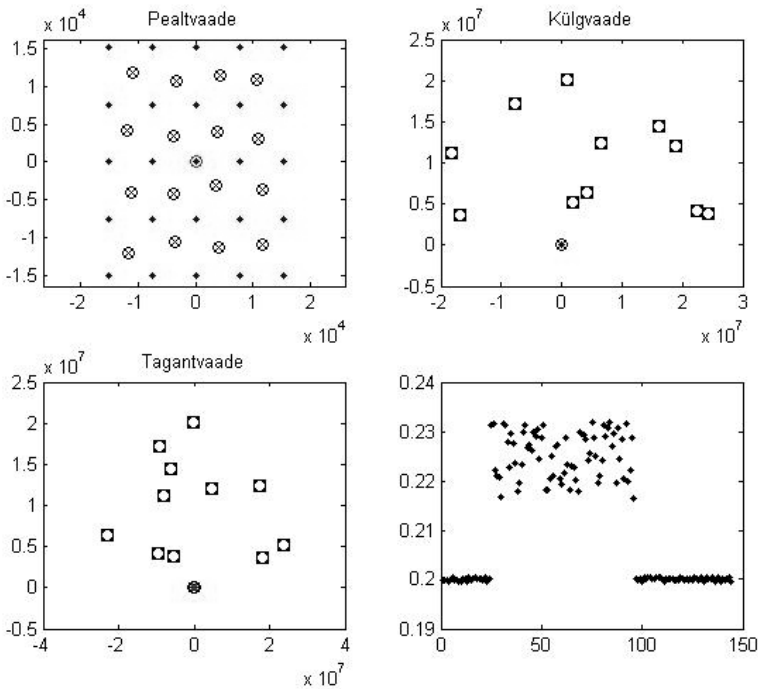
tingitud pikemate teekondade erinevustest kujuneb järgmises punktis kirjeldatud võrrandisüsteemi vabaliige. See iseloomustab radiokiirte teel olevat niiskuse koguhulka ja on suurus, mis tuleb jagada vokselite vahel vastavalt vaadeldava hetke looduslikele tingimustele (nt temperatuur, õhurõhk ja niiskus maapinnal, laiuskraad jms). Põhimõtteliselt tekib matemaatiline ülesanne, mis on oma olemuselt lineaarne võrrandisüsteem ja mille lahendit tõlgendatakse kui sadestatava niiskuse hulka vokselites.

Koostatud modelleerimistarkvara üheks oluliseks osaks on programmid, mis konstrueerivad vokselid vastavalt etteantud parameetritele ja haldavad vokselite kohta käivaid andmeid. Kuna modelleerimise käesolevas etapis kasutatakse ühtlast kolmemõõtmelist risttahukakujulist võrku (vokselite süsteemi), milles vokselite alumine tahk on ruudukujuline, antakse diskretisatsiooni konstrueerimise parameetritena ette ruudu küljepikkus, risttahuka kõrgus ning vokselite arv kõigis kolmes mõõtmes. Kogu diskretisatsiooni alumiseks tasapinnaks on Maa kui ellipsoidi puutujatasand etteantud geograafilises punktis. Selleks etteantud punktiks praegustes eksperimentides on GPS-vastuvõtjate virtuaalse võrgustiku keskpunkt.

Modelleerimistarkvara teine oluline osa on programmide komplekt, mis jälgib GPS-kiirte kulgemist läbi vokselite. Vastavalt satelliitide konstellaatsioonile vaadeldaval ajahetkel konstrueeritakse geomeetrilised otseteed (vt joonist 1) kõikidelt nähtavatelt satelliitidelt kõikide vastuvõtjateni. Leitakse vokselid, mida iga kiir läbib, seejuures leitakse ja fikseeritakse radiokiire sisenemis- ja väljumispunktid ning nendevahelised kaugused (kiire lühimad võimalikud teepikkused vokselites). Saadud kaugusi kasutatakse järgmises punktis esitatud põhimudeli võrrandisüsteemi kordajatena. Iga kiir eraldi võetuna läbib muidugi vaid väikest osa vokseleist ning satelliitide liikumisega orbiidil kaasnevad muutused nii kiire poolt läbitavate vokselite loetelus kui ka sisend- ning väljumispunktide vahelistes kaugustes.

Joonisel 6 on näide ühest arvutiekspriimendis esinenud vastuvõtjate, satelliitide ja vokselite omavahelisest paigutusest ning tekkinud võrrandisüsteemi graafilisest lahendist. Mudeliks on valitud ülesanne, kus vokseleid on kuuel horisontaaltasandil kokku 144, igal tasandil 24. Kuna vastuvõtjaid on paigutatud igasse maapinnal asuvasse vokselisse, on neid samuti 24. Nähtavaid satelliite oli vaadeldaval ajahetkel 11, millest tuleneb 264 võrrandit 144 tundmatu leidmiseks.

Joonisel 6 on kujutatud ristvaated satelliitide ja vastuvõtjate asukohtadele selles võimalikus mudelis. Ülemise rea ristkülikutes ja alumise rea vasakpoolses ristkülikus tähistavad ristiga ringid vastuvõtjate ja ringiga ruudud satelliitide asukohti, nelinurksed täpid märgivad vokselite tippu. Alumise rea parempoolne graafik kujutab mudeli lahendiks saadud radiokiirte hilistumist vokselites. Leitud lahendi ühe vaate tõlgendus niiskusena on esitatud joonisel 7.



**Joonis 6.** Näide vastuvõtjate ja satelliitide asukohtadest üksteise suhtes ning võimalik signaali teekonna pikenedamine vokselites

## 6. Troposfääri veeaurusisalduse hindamise mudel

Troposfääri veeaurusisalduse jälgimise matkimine seisneb eeskätt algandmete genereerimises teatava matemaatilise mudeli jaoks ning sellele järgnevas andmetötluses valitud mudelile vastava stsenaariumi kohaselt. Genereeritavateks suurusteks on GPS-vastuvõtjate väljundid, mis jaotuvad üldjoontes kaheks: satelliitide genereeritud ja edastatud suurused ning vastuvõtjate endi vastuvõetud, genereeritud ja mõõdetud suurused. Esimesteks on peamiselt satelliitide asukohta ning nendel asuvate aatomkellade näitused puudutavate parameetrite väärtused. Satelliitide kohta käivad andmed võib võtta ka veebi andmebaasidest. Need on kooskõlastatud kogu süsteemi maapealsete juhtimisjaamadega (*GPS Ground Control Stations*) ning neid hoitakse võimalikult täpsena. Tegelikult erinevad satelliitidel asuvate kellade näidud siiski nii süsteemi absoluutsest ajast kui ka teiste satelliitide kellade näitudest. Seepärast sisaldavad satelliitide poolt väljasaadetavad andmed mitmeid kella parandusparameetrite väärtusi. Olulisimad

suurused, mida kõik satelliidid väljastavad, on järgmised: orbiidiparameetrite kirjeldamise hetk (satelliidi aeg), satelliidi elliptilise orbiidi peapooltelje pikkus, orbiidi ekstsentrilisus, kesknurk vaatlushetkel, perigee nurk, orbiidi kalle, orbiidisõlme pikkuskraad vaatlusnädala alguses, nurkkiiruse hälve, kalde muutumise kiirus, orbiidisõlme nurkkiirus, perigee nurga paranduskoefitsiendid, geotsentrilise kauguse paranduskoefitsiendid, kalde paranduskoefitsiendid. Lisaks neile on veel kellade paranduskoefitsiendid, mida regulaarselt uuendatakse. Andmed moduleeritakse satelliitidel asuvate raadiosaatjate kandesagedusele fikseeritud pikkusega infopakettide ehk infokirjetena ja seejärel edastatakse.

Olulisimad parameetrid, mida vastuvõtja mõõdab ja arvutab, on signaali saabumise aeg (vastuvõtja kellaeg), signaali faas ning satelliidi näiv asukoht vastuvõtja geograafiliselt positsioonilt vaadatuna. Kõik nimetatud andmed sisestatakse hilistumise määramise matemaatilisse mudelisse. Punktides 2–4 esitatut kasutades leitakse iga signaali näiva kauguse ja otsetee erinevused satelliidist vastuvõtjani, mis on allpool tähistatud  $f_i$ -ga. Arvestades seda, et niiskuse hulk vokselis kui tundmatu suurus on vokseli kaalukordaja signaali hilistumisse, ning võttes kordajateks signaali kulgemise teoreetilise teepikkuse vastavas vokselis, saame võrrandisüsteemi kujul:

$$\sum_{i=1}^v x_i \cdot s_{i,j} = f_j. \quad (29)$$

Siin  $j = 1, \dots, K$ , kus  $K$  on vastuvõtjate võrgustikus nähtavatest satelliitidest vastuvõtjaisse suunduvate radiokiirte koguarv fikseeritud ajahetkel,  $v$  on vokselite koguarv ja  $s_{i,j}$   $j$ -nda kiire pikkus vokselis  $i$ . Selle võrrandisüsteemi lahendi tõlgendamisel kasutatakse punktis 4 esitatule vastupidiseid teisen-dusi ja tulemusena saadakse veeauru jaotus vokselite kaupa.

Võrrandisüsteemis (29) on võrrandeid üldjuhul vähem kui tundmatuid, s.t kiiri on vähem kui vokseleid. Tegu on alamääratud süsteemiga, mida saab lahendada näiteks vähimruutude meetodiga. Huvitav on märkida, et seda süsteemi saab lahendada ka Kalmani filtriga ennustamis-korrektsooni-sammude vaheldumisel. Sõltuvalt satelliitide ja GPS-vastuvõtjate vastas-tikusest asendist, nende hulgast ja vokselite arvust ei pruugi süsteem siiski olla lahenduv või saadud lahend piisavalt tõepärane. Siinjuures on otsustava tähtsusega vastuvõtjate paigutus üksteise suhtes, nende arv ning loodus-piirkonna asukoht satelliitide konstellsiooni arvestades. Matemaatilise mudeli baasil koostatud arvutiprogrammi (matkeprogrammi) ülesandeks on genereerida võimalikult tõepärane olukord, kus arvestatakse nii geograafilist asukohta kui ka tegelikku GPS-satelliitide konstellsiooni, ja analüüsida selle baasil sobivat vastuvõtjate paigutust loodusesse, et tekkiva võrrandi-

süsteemi (29) lahend oleks meteoinfo mõistes tõepärane. Matkeprogrammi abil on võimalik analüüsida, missuguste lähtetingimuste korral on saadud ülesannet võimalik lahendada ja millal on selle lahend piisavalt usaldatav.

Võrrandisüsteemi (29) vabaliikmed saadakse punktis 4 esitatud mõttekäike kasutades. Vastavalt sealkirjeldatud meetodikale leitakse genereeritud info põhjal süsteemi (29) vabaliikmed igal ajahetkel. Satelliitide täpsete trajektooride järgi leitakse raadiosignaali teepikkused vokselites ja sellega on võrrandisüsteem (29) koostatud. Erinevaid lähtetingimusi ja lahendeid analüüsides võib öelda, et mida ühtlasema võrgustiku vastuvõtjad moodustavad, seda paremini mudel toimib. Paraku nõuavad vastuvõtjad nn avatud taevast, mis pole aga ühtlase võrgu korral alati võimalik (nt mets või kõrghoonestik varjavad osa nähtavusest).

Võrrandisüsteemi numbrilist lahendit tõlgendades saab leida niiskuse hulga vokselis. Meetodeid selleks on erinevaid (vt nt viiteid<sup>44, 45, 46</sup>) ning erinevates mudelites kasutatakse erinevaid seoseid ja konstante sadestatava niiskuse ja hüdrostaatilise niiskuse vahelkordade kirjeldamiseks. Konstandid võivad näiteks sõltuda nii geograafilisest laiuskraadist kui ka kella- ja aastaajast.

Lahendi põhjal on võimalik konstrueerida hilistumiste ruumiline jaotus vokselites ja selle järgi sadestatava niiskuse jaotus vastavalt kasutatavale mudelile. Joonisel 7 on näitena esitatud lahendi võimalik tõlgendus niiskusega vaadeldava ruumiosa vertikaalõigetes. Helehallina on kujutatud taevast ehk kuiva niiskust, valged piirkonnad näitavad sadestatava niiskuse väikese koguse olemasolu ning tumedad piirkonnad suurema veekoguse olemasolu.

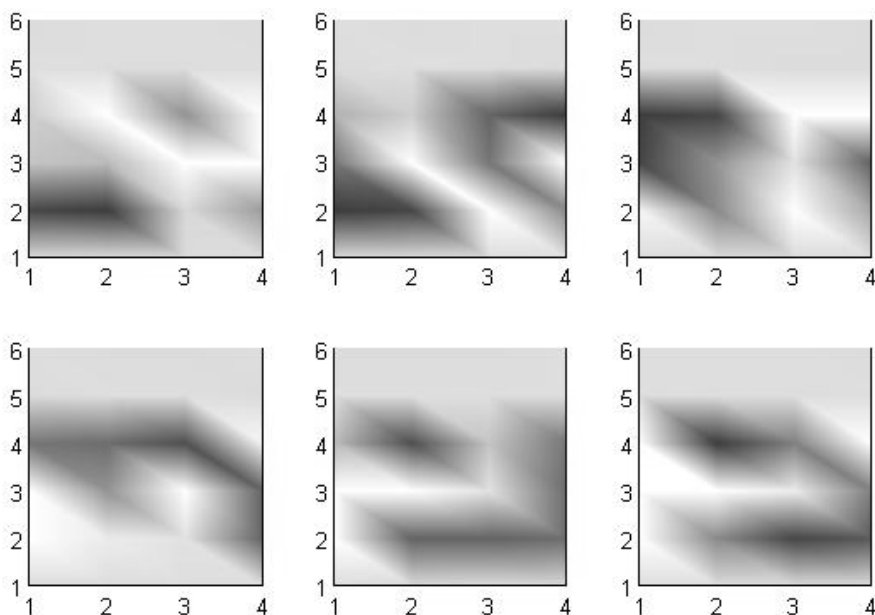
Eesmärgiks on taolise matkemudeli abil jõuda lõpptulemusena troposfääri praktilise seireni. Selleks on kavas välja arendada GPS-vastuvõtjate võrgustik, mille sõlmed (vastuvõtjad) on ühendatud reaajas toimivate kommunikatsioonikanalitega. Üks eesmärke on määrata kindlaks sõlmedevaheline kaugus, et saada adekvaatseid seiretulemusi. Omaette keeruline infotehnoloogiline probleem on kommunikatsioonikanalite seadistamine ja kogu võrgustikust laekuva informatsiooni tsentraalne töötlemine reaajas.

---

<sup>44</sup> **Shrestha** 2003.

<sup>45</sup> **Bevis** 1992.

<sup>46</sup> **Gradinarsky, L. G.** 2002. Sensing Atmospheric Water Vapor Using Radio Waves. Ph. D thesis, Chalmers University of Technology, Technical report, No. 436.



**Joonis 7.** Näide sadestatava niiskuse jaotusest kuues vertikaalkihis

## 7. Kokkuvõte

Troposfääri niiskust kirjeldav matemaatiline mudel ja selle baasil koostatud arvutiprogramm, mis matkib kindlat meteoroloogilist situatsiooni, ei saa olla eesmärgiks omaette. Eesmärk on teha selle programmi põhjal ettepanekuid, kuidas mingis geograafilises piirkonnas sobivaimalt paigutada vastuvõtjaid ja kuidas kasutada meteomudeleid. Taolise soovitusete koostamine eeldab suurema hulga andmete sihipärasest kogumist ja läbitöötamist ning tulemuste analüüsi, millega autorid oma tegevust jätkavad. Eespool esitatud on vaid üks osa praktilisest tööst, mis illustreerib nii tehnoloogia võimalusi kui ka kasutatavat matemaatilist aparatuuri.

Autorid avaldavad tänu Eesti Maaülikooli geomaatika osakonnale võimaluse eest kasutada kaheksa-aastast GPS-vastuvõtjat ning koostöö eest satelliitide andmete ja meteoandmete hankimisel.

Samuti tänavad autorid kaitseministeeriumi uurimistööks vajaliku rahalise toetuse eest. Osaliselt on uurimistööd toetanud ka ETFi teadusgrant nr 7097.

## Kirjandus

- Bauer, M.** 1994. *Mermessung und Ortung mit Satelliten*, 3. Aufl. Wichmann, Karlsruhe.
- Bevis, M.; Businger, S.; Chiswell, S.; Herring, T. A.; Anthes, R. A.; Rocken C. & Ware, R. H.** 1992. GPS Meteorology: Remote sensing of atmospheric water vapor using the Global Positioning System. *J. Geophys. Res.*, 97, 15. Pp. 787–801.
- Budden, K. G.** 1995. *The propagation of radio waves*. 1<sup>st</sup> ed. Cambridge University Press.
- Duan, J. P.; Bevis, M.; Fang, P.; Bock, Y.; Chiswill, S.; Businger, S.; Rocken, C.; Solheim, F.; Hove, T. van; Ware, R.; McClusky, S.; Herring, T. A. & King, R. W.** 1996. GPS Meteorology: Direct Estimation of the Absolute Value of Precipitable Water, *Journal of Applied Meteorology*, Vol. 35, No. 6. Pp. 830–838.
- Eresmaa, R.; Järvinen, H.** 2006. An Observation operator for ground based GPS slant delays. *Tellus A*, Vol. 58, No. 1. January. Pp. 131–140.
- Gradinarsky, L. G.** 2002. *Sensing Atmospheric Water Vapor Using Radio Waves*. PhD thesis, Chalmers University of Technology, Technical report, No. 436.
- Guo, J.; Langley, R. B.** 2003. A new Tropospheric Propagation Delay Mapping Function for Elev. Angles Down to 2 deg, *Proceedings of ION GPS/GNSS 2003*, 16th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation, Portland, OR, 9–12 September. Pp. 386–396.
- Hirahara, K.** 2000. Local GPS tropospheric tomography. *Earth Planets Space*, 52. Pp. 935–939.
- Hofmann-Wellenhof, B.; Lichtenegger, H. & Collins, J.** 2001. *GPS: Theory and Practice*. Springer–Wien–New York.
- Kalman, R. E.** 1960. A new Approach to Linear Filtering and Prediction Problems. *Transaction of the ASME – J. of Basic Engineering*. March. Pp. 35–45.
- Kleijer, F.** 2004. *Troposphere Modeling and Filtering for Precise GPS Leveling*. Netherlands Geodetic Commission.
- Klobuchar, J.** 1996. Ionospheric effects in GPS. Eds. B. Parkinson, J. Spilker (eds) *Global Positioning System: Theory and applications*, Vol. I, Chapter 12. Pp. 485–516.
- Komjathy, A.** 1997. *Global Ionospheric Total Electron Content Mapping Using the Global Positioning System*. Ph. D. dissertation, Department of Geodesy and Geomatics Engineering Technical Report No. 188, University of New Brunswick. Fredericton, New Brunswick, Canada.
- Lange, A. A.** 2001. Simultaneous Statistical Calibration of the GPS signal delay measurements with related meteorological data. *Physics and Chemistry of the Earth, Part A: Solid Earth and Geodesy*, Vo. 26, No. 6–8. Pp. 471–473.
- MacDonald, A. E.; Xie, Y.; Ware, R. H.** 2002. Diagnosis of Three – Dimensional Water Vapor Using a GPS Network. *Monthly Weather Review*, Vol. 130. Pp. 386–397.
- Miidla, P.; Rannat, K.; Uba, P.** 2005. Simulation of the Tropospheric Water Vapor Distribution Monitoring. In *Proceedings of the I3M International Mediterranean*

- Modelling Multiconference, EMSS 2005, Marseilles, France. October 20–22. Pp. 223–228.
- Nilsson, T.** 2005. Assessment of Tomographic Methods for Estimation of Atmospheric Water Vapor Using Ground-Based GPS. Thesis for the degree of Licentiate of Engineering. Chalmers University of Technology.
- Parkinson, B. W.; Spilker, J. J.** 1996. Global Positioning System: Theory and Applications, Vol. 1. American Institute of Aeronautics and Astronautics.
- Rocken, C.; Ware, R.; Hove, T. van; Solheim, F. S.; Alber, C. & Johnson, J. M.** 1993. Sensing atmospheric water vapor with the Global Positioning System. Geophys. Res. Lett., 20. Pp. 2631–2634.
- Seeber, G.** 1993. Satellite Geodesy: Foundations, Methods, and Applications, Walter de Gruyter.
- Shrestha, S. M.** 2003. Investigations into the Estimation of Tropospheric Delay and Wet Refractivity Using GPS Measurements. A Thesis in partial fulfilment of the requirements for the degree of master of science. Calgary, Alberta.
- Welch, G; Bishop, G.** 2003. An Introduction to the Kalman Filter. University of North Carolina, Chapel Hill, TR 95–41, May 23.
- Xu, G.** 2003. GPS. Theory, Algorithms and Applications. Springer, Verlag, Berlin, Heidelberg.

**Kalev Rannat (MA)**

TTÜ Küberneetika Instituudi teadur

**Peep Miidla, knd (füüsika-matemaatika)**

TÜ Rakendusmatemaatika Instituudi dotsent

**Peep Uba, knd (füüsika-matemaatika)**

KVÜÕA loodus- ja täppiseaduste õppetooli juhataja, professor